

涡桨发动机螺旋桨实时建模技术

邓志伟^{1,2}, 黄向华¹, 田 超²

(1. 南京航空航天大学 能源与动力学院, 南京 210016;

2. 中国航空工业集团公司 航空动力控制系统研究所, 江苏 无锡 214063)

摘 要: 基于螺旋桨条理论对叶素进行受力分析, 推导了螺旋桨拉力和功率等参数的计算公式, 建立了螺旋桨实时数学模型, 将模型求解归结于干涉角的迭代, 并指出模型保证实时性的关键在于迭代算法的收敛速度. 通过分析迭代函数及其导数关系, 提出一种干涉角初值设置方法, 并提出采用割线法代替导数法能加快迭代运算. 仿真结果与实验数据对比分析表明: 基于叶素受力分析得到螺旋桨拉力和功率的计算精度满足要求, 干涉角初值设置以及基于割线法的迭代收敛速度能满足涡桨发动机控制系统实时仿真的需要.

关 键 词: 涡桨发动机; 螺旋桨; 实时数学模型; 片条理论; 干涉角迭代初值

中图分类号: V231.3

文献标志码: A

Real-time modeling of propeller in a turboprop engine

DENG Zhi-wei^{1,2}, HUANG Xiang-hua¹, TIAN Chao²

(1. College of Energy and Power Engineering,

Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China;

2. Aviation Motor Control System Institute,

Aviation Industry Corporation of China, Wuxi Jiangsu 214063, China)

Abstract: Based on strip theory and force analysis on the blade element, calculation equations of propeller drag and power was deduced, and then a real-time mathematical model of propeller was built. It was concluded that resolution of the model was decided by the interference angle iteration, and the key problems of guaranting real-time calculation lied in the iteration of convergence rate of interference angle. After analysis of iteration function and its derivative, method of setting initial iterative value of interference angle was proposed and secant method was adopted to accelerate the iterative instead of derivation method. Comparison between the experiment data and computational propeller properties of mathematical model showed that, the propeller drag and power deduced from strip theory and force analysis on the blade element has satisfactory precision, and the convergence rate of the interference angle iteration algorithm based on initial iterative value setting and secant method could meet the requirement of real-time simulation of turboprop engine control system.

Key words: turboprop engine; propeller; real-time mathematical model; strip theory; initial iterative value of interference angle

大型运输机要求适应复杂多样的环境, 能够大规模远程快速运输物资装备, 能够快速运载各种大型重型装备, 满足这些要求必须具备强健的

“心脏”. 作为飞机的心脏, 大型飞机的动力装置通常采用高性能的大功率涡桨发动机、高涵道比涡扇发动机以及新型的桨扇发动机.

收稿日期: 2012-12-25

基金项目: 国家自然科学基金(61104067)

作者简介: 邓志伟(1969—), 男, 江苏无锡人, 研究员, 博士生, 主要从事航空发动机电子控制技术研究.

涡桨发动机综合了涡喷发动机的优点与螺旋桨的推进效率,涡桨运输机的巡航速度几乎和涡扇运输机的速度一样,而质量减少 15%,燃油也节省 20%,起飞着陆性能更好,有助于空投和进行陡角度下降^[1],适合装配各种类型的军民用运输机及其改型的预警机、电子战飞机、空中加油机等.空客军用运输机 A400M 采用 4 个新型涡桨发动机(TP400 发动机)^[2],巡航马赫数达 0.68~0.72,运送 30 t 质量货物时任务半径可达 2450 km.先进的欧美国家的涡桨发动机均采用双通道全权限数字式发动机控制系统,综合考虑螺旋桨系统和发动机之间的相互配合关系,使得整体推进效率和性能达到最优.

与其他燃气涡轮发动机相比,涡桨发动机中螺旋桨的功率和拉力特性对发动机和飞机及其控制系统性能影响很大^[3-4],因此在研究涡桨发动机加速性能特点时,需要建立一个较为精确的实时发动机-螺旋桨模型,开展燃油和螺旋桨一体化调节技术,并采用先进的螺旋桨设计和控制技术以显著降低飞机机舱内的噪声水平^[5-6].

在涡桨发动机动态特性数字仿真研究中,需要计算在不同的高度、马赫数、转速及桨距角等情况下的螺旋桨的功率和拉力^[7-8].国外螺旋桨建模、控制经过了相当长的发展时期并具有雄厚的技术储备.对于螺旋桨机构的特性曲线建模工作可以追溯到 NASA 的相关报告^[9],这些报告中给出了螺旋桨推力系数、进距、效率系数和功率系数等无量纲参数的定义方法,为螺旋桨特性数据的相似表达奠定了基础,报告中采用实验数据分析归纳的方法,初步总结了螺旋桨工作性能的评价方法.文献[10-11]采用涡格法计算螺旋桨特性,并认为涡格法计算螺旋桨性能与实验性能数据较为吻合.文献[12-14]分别采用面元法和升力面法计算螺旋桨的特性,与实验数据比较表明计算结果具有较好的精度.上述方法计算过程复杂,不能实时计算.为了能同时兼顾计算精度和实时性,本文基于螺旋桨片条理论^[15]研究螺旋桨的特性计算方法,结合叶型升阻特性的实验数据进行仿真,并改进干涉角求解算法,研究迭代过程中的初值问题,通过空中试飞数据验证算法的有效性.

1 螺旋桨特性及工作状态

图 1 所示为涡桨发动机的螺旋桨机构模型.

螺旋桨特性可由进距 λ 、功率系数 C_P 、拉力系数 C_T 和推进效率 η 来表示.对于不同的螺旋桨进

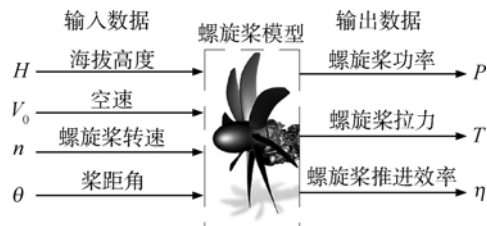


图 1 螺旋桨模型示意图

Fig. 1 Diagram of propeller model

距以及桨距角,计算螺旋桨叶素的受力情况,积分后得到螺旋桨总拉力和功率,进而得到的螺旋桨功率系数和螺旋桨推进效率.

螺旋桨的工作状态分为:静拉力或直升机状态、前进状态、零拉力状态、制动状态、自转状态、风车状态,分别对应着图 2 的 A, B, C, D, E 及 F 六个点或区域.6 种螺旋桨工作状态的矢量三角形^[15]计算具有通用性,即对于不同的桨距角、空速、高度和马赫数,其计算结果会覆盖全部的 6 种情况.其中螺旋桨工作在前进状态时的矢量三角形计算最典型,故以前进状态为例计算螺旋桨工作特性.

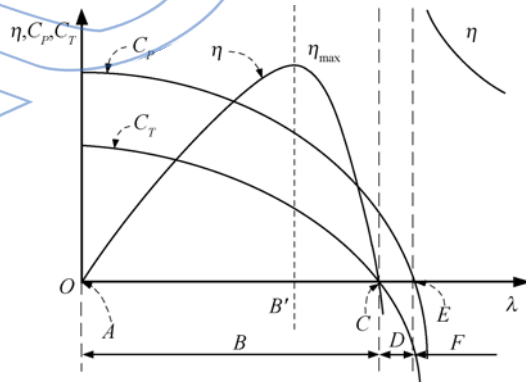


图 2 螺旋桨的工作状态

Fig. 2 Operation condition of propeller

若螺旋桨半径为 R ,将螺旋桨从半径 $0.2R$ 到 R 之间细分成 N 段叶素,每段的径向增量为 dr .图 3 所示为螺旋桨半径为 r_i 处的第 i 段($i=1, \dots, N$)叶素在某一桨距安装角 θ_i 下的速度三角形和力三角形.该段叶素的实度为 δ_i ,弦长为 b_i ,厚度为 t_i ,相对厚度 $c_i = t_i/b_i$.

在速度三角形中,螺旋桨旋转速度为 n ,叶素圆周速度为 $U_{0,i} = 2\pi r_i n$,空速为 V_0 ,几何合成速度 $W_{0,i} = V_0 + U_{0,i}$, $W_{0,i}$ 与旋转平面的夹角 $\varphi_{0,i}$ 称为几何入流角度,即 $\tan \varphi_{0,i} = \frac{V_0}{2\pi r_i n}$, $u_{a,i}$ 为轴向干涉速度, $u_{t,i}$ 为周向干涉速度,总干涉速度为 u_i ,实

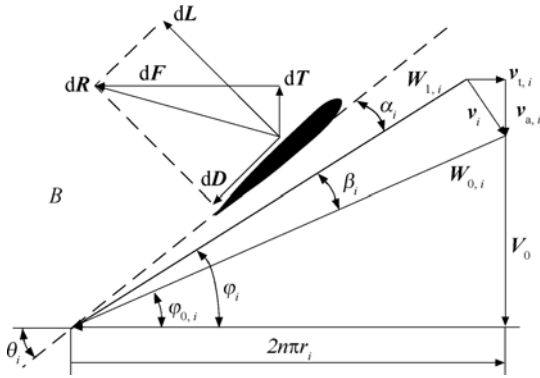


图 3 前进状态下的螺旋桨叶素力和速度三角形

Fig. 3 Blade force and velocity triangles of propeller for forward condition

际气流的人流角度为 φ_i , 且有 $\tan \varphi_i = \frac{V_0 + v_{a,i}}{2\pi r_i n - v_{a,i}}$. 气流合成速度 $\mathbf{W}_{1,i} = \mathbf{W}_{0,i} + \mathbf{v}_i$, $\mathbf{W}_{1,i}$ 与叶素弦线之间的夹角为叶素的攻角 α_i , 由图 3 可得干涉角 $\beta_i = \theta_i - \varphi_{0,i} - \alpha_i$.

在力三角形中, $d\mathbf{D}$, $d\mathbf{F}$, $d\mathbf{L}$, $d\mathbf{T}$ 分别为作用在叶素 dr 上的阻力、圆周力、升力和拉力. 作用在叶素 dr 上的气动合力为 $d\mathbf{R}$.

完整的螺旋桨建模包括 6 个状态的特性计算. 静拉力状态和前进状态的计算方法相同, 但 $\varphi_{0,i} = 0$. 在零拉力状态, 拉力系数为零, 功率系数不为零, 原因在于同一片螺旋桨叶不同半径处正负拉力同时存在, 但合力相互抵消, 而拉力不论正负, 其消耗的扭矩功率总大于零, 所以功率系数不为零.

螺旋桨工作在制动状态下, 空气和螺旋桨相互作用产生的干涉角 β_i , 改变来流空速和螺旋桨转速形成的速度三角形, 导致相对于螺旋桨叶的气流攻角小于零, 气动合力由叶背指向叶盆, 对螺旋桨产生制动作用. 此时干涉角 β_i 往往小于零或者在零附近, 干涉角 β_i 计算方法和前进状态的计算情况相同. 螺旋桨工作在制动状态下, 需要消耗螺旋桨功率, 而推进效率小于零.

在自转状态下, 螺旋桨不消耗发动机功率, 发动机只需产生克服摩擦力和发动机本身阻力即可维持工作. 在风车状态下, 螺旋桨推进效率大于 1, 表明螺旋桨不但不消耗发动机功率, 气流驱动螺旋桨产生功率还能转动发动机.

如图 3 所示, 对于任意螺旋桨半径 r_i ($i=1, \dots, N$), 根据动量理论^[15] 得到叶素段 dr 受拉力计算式为

$$dT = 4\pi r_i \rho V_0^2 (1 + e_i) e_i \cdot dr \quad (1)$$

其中 ρ 为空气密度, $e_i = \frac{v_{a,i}}{V_0}$ 表示轴向诱导速度系数, 叶素段受到的环向扭矩计算式为

$$dQ = 4\pi \rho V_0^2 (1 + e_i) 2\pi r_i n e_i' r_i^2 \cdot dr \quad (2)$$

其中

$$e_i' = \frac{v_{t,i}}{2\pi r_i n} \quad (3)$$

表示径向诱导速度系数. 根据典型的叶素理论对螺旋桨叶素段进行受力分析, 得到叶素段受拉力计算式为

$$dT = \frac{1}{2} \rho V_0^2 \frac{C_L(\alpha_i, c_i) b_i (1 + e_i)^2}{\sin^2 \varphi_i \cos \gamma_i} \cos(\varphi_i + \gamma_i) dr \quad (4)$$

升力系数 $C_L(\alpha_i, c_i)$ 和阻力系数 $C_D(\alpha_i, c_i)$ 是翼型攻角 α_i 和相对厚度 c_i 的函数, γ_i 为升阻比斜率正切角度

$$\tan \gamma_i = \frac{C_L(\alpha_i, c_i)}{C_D(\alpha_i, c_i)} \quad (5)$$

得叶素段环向扭矩为

$$dQ = \frac{1}{2} \rho V_0^2 \frac{C_L(\alpha_i, c_i) b_i (1 + e_i)^2}{\sin^2 \varphi_i \cos \gamma_i} r_i \sin(\varphi_i + \gamma_i) dr \quad (6)$$

叶素段受到拉力相等, 得到

$$\frac{e_i}{e_i + 1} = \frac{C_L(\alpha_i, c_i) \delta_i \cos(\varphi_i + \gamma_i)}{4 \sin^2 \varphi_i \cos \gamma_i} \quad (7)$$

叶素段受到环向扭矩相等, 得到

$$\frac{e_i}{e_i + 1} = \frac{\cot \varphi_i (\tan \varphi_i - \tan \varphi_{0,i})}{1 + \tan \varphi_{0,i} \tan(\varphi_i + \gamma_i)} \quad (8)$$

合并式(7)、式(8), 经过三角形变换并考虑半径变化, 得到参数之间存在下面的方程关系:

$$C_L(\alpha_i, c_i) \delta_i = \frac{4 \sin(\varphi_{0,i} + \beta_i) \tan \beta_i}{1 - \tan \gamma_i \tan \beta_i} \quad (9)$$

式(9)为求解每一个半径 r_i 处干涉角 β_i 的基本依据. 定义迭代函数

$$f(\beta_i) = C_L(\alpha_i, c_i) \delta_i - \frac{4 \sin(\varphi_{0,i} + \beta_i) \tan \beta_i}{1 - \tan \gamma_i \tan \beta_i} \quad (10)$$

采用牛顿迭代法或割线迭代方法, 迭代收敛的关键在于初始干涉角 $\beta_{i,0}$ 的合理设定.

2 干涉角 β_i 的迭代计算方法

干涉角初值 $\beta_{i,0}$ 的合理给定对于迭代求解起着关键作用. 迭代函数式(10)在干涉角 β_i 定义域内存在奇点, 即存在定义域内的干涉角使迭代函

数值为无穷大, 如果奇点恰好位于解 β_i 和初值 $\beta_{i,0}$ 之间, 那么迭代必定不会收敛. 将函数式(10)描述为

$$f: \Omega(\beta_i) \rightarrow \mathbf{R}, \quad \exists \beta_i \in \Omega(\beta_i) \quad (11)$$

$$\text{s. t. } f(\beta_i) \rightarrow \pm \infty$$

需要寻找迭代方程消除奇点后的同解方程, 由于 $\tan \gamma_i = \frac{C_L(\alpha_i, c_i)}{C_D(\alpha_i, c_i)}$ 中升力系数 $C_L(\alpha_i, c_i)$ 可以为零, 即 $\tan \gamma_i$ 可以为零, 所以式(10)迭代函数可能达到无穷大. 将升阻比斜率角 γ_i 代入到式(10), 变换成

$$f(\beta_i) = [C_L(\alpha_i, c_i) - C_D(\alpha_i, c_i) \tan \beta_i] \delta_i - 4 \sin(\varphi_{0,i} + \beta_i) \tan \beta_i \quad (12)$$

由于式(12)中有正切函数存在, 使得迭代函数仍然存在奇点. 可使用 $\tan \beta_i = \frac{\sin \beta_i}{\cos \beta_i}$ 代入式(12)中, 得

$$f(\beta_i) = \delta_i C_L(\alpha_i, c_i) \cos \beta_i - [\delta_i C_D(\alpha_i, c_i) + 4 \sin(\varphi_{0,i} + \beta_i)] \sin \beta_i \quad (13)$$

实度 $\|\delta_i\| \leq 1$ 有界, 升阻力特性曲线 $C_L(\alpha_i, c_i)$ 与 $C_D(\alpha_i, c_i)$ 有界, 式(13)为式(10)的同解迭代函数, 正余弦函数有界, 描述为

$$f: D(\beta_i) \rightarrow \mathbf{R}, \quad \exists \beta_i \in D(\beta_i), \quad \text{s. t. } \|f(\beta_i)\| \leq M \quad (14)$$

其中 M 表示一个可以给出的有限实数.

设 $f(\beta_i) = \epsilon_i$, 那么

$$\frac{df(\beta_i)}{d\beta_i} = \frac{d\epsilon_i}{d\beta_i} \quad (15)$$

从而可得

$$d\beta_i = \left[\frac{df(\beta_i)}{d\beta_i} \right]^{-1} d\epsilon_i \quad (16)$$

使用中心差分代替导数得到

$$\beta_{i,k+1} = \beta_{i,k} + \left[\frac{f(\beta_{i,k} + \Delta\beta_{i,k}) - f(\beta_{i,k} - \Delta\beta_{i,k})}{2\Delta\beta_{i,k}} \right]^{-1} (\epsilon_{i,k+1} - \epsilon_{i,k}) \quad (17)$$

为消除隐式迭代, 需要迭代函数右侧将带有 $k+1$ 的参数消除. 令

$$\epsilon_{i,k+1} = C'_{\text{iter}} \epsilon_{i,k} \quad |C'_{\text{iter}}| < 1 \quad (18)$$

才能保证收敛, 所以将式(18)代入式(17)中, 得到中心差分迭代格式

$$\beta_{i,k+1} = \beta_{i,k} - \left[\frac{f(\beta_{i,k} + \Delta\beta_{i,k}) - f(\beta_{i,k} - \Delta\beta_{i,k})}{2\Delta\beta_{i,k}} \right]^{-1} C_{\text{iter}} \epsilon_{i,k} \quad (19)$$

及割线方法迭代格式

$$\beta_{i,k+1} = \beta_{i,k} - \left[\frac{f(\beta_{i,k}) - f(\beta_{i,k-1})}{\beta_{i,k} - \beta_{i,k-1}} \right]^{-1} C_{\text{iter}} \epsilon_{i,k} \quad (20)$$

其中 $C_{\text{iter}} = 1 - C'_{\text{iter}}$.

至此, 得到干涉角 β_i , 这是螺旋桨建模过程中最为关键的一步. 在大桨距角(桨距角超过 45°)的情况下, 解位于 $f(\beta_i)$ 的导数基本为零的区域, 这时需要较多的迭代步数才能收敛. 初值 $\beta_{i,0}$ 可以选择 $\theta_i - \varphi_{0,i}$ 的 $30\% \sim 70\%$, 进距较大时选 30% , 进距较小时选 $60\% \sim 70\%$. 本文选择“割线方法”表达导数迭代格式. 其原因如图4所示, 由于原函数导数光滑性较差, 中心差分表达的导数对原迭代函数的导数要求较高(一般需要2阶可导), 而割线方法对于导数的光滑性要求较低, 可以实现迭代过程的较快收敛.

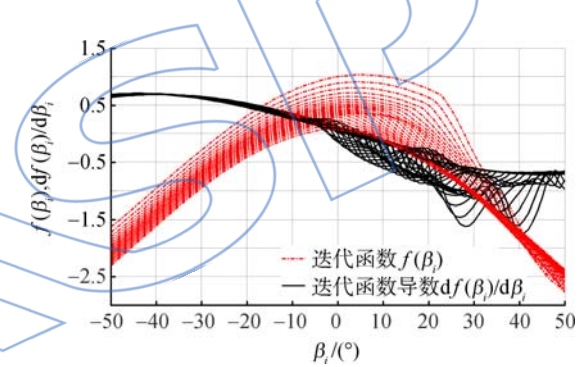
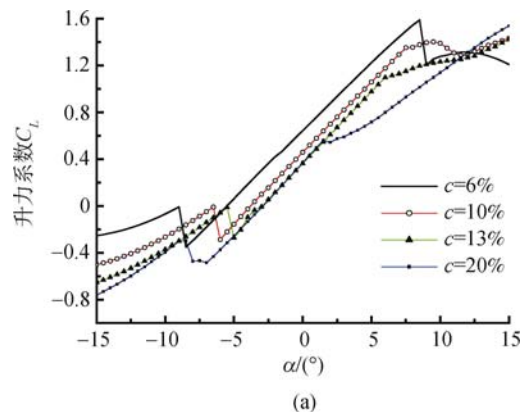


图4 螺旋桨建模迭代函数及其导数关系

Fig. 4 Iterative function and differential relationship of propeller model

ARA-D叶型在不同的攻角和相对厚度条件下升阻特性变化如图5所示, 相对厚度 $c = 6\%$ 时, 当攻角 α 在 $8^\circ \sim 9^\circ$ 和 $-5^\circ \sim -10^\circ$ 之间, 升力系数存在突变. 同样阻力特性也会发生相应突变, 这样的突变使得迭代函数奇点(即 $f(\beta_i) = \infty$ 的点)增加, 对迭代求解干涉角 β_i 造成困难.



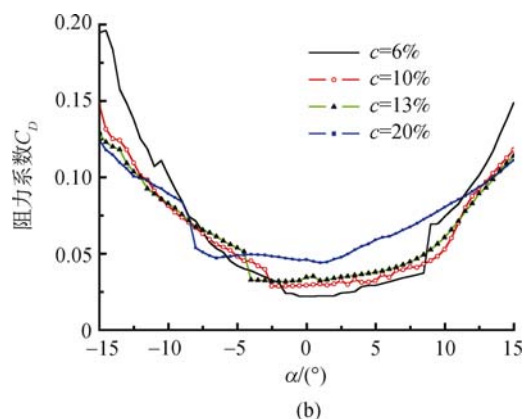


图5 ARA-D叶型在不同的攻角和相对厚度条件下
升阻特性变化($Re=10^5$)

Fig. 5 Variation of lift and drag properties of
ARA-D airfoil with different attack angle
and relative thickness
($Re=10^5$)

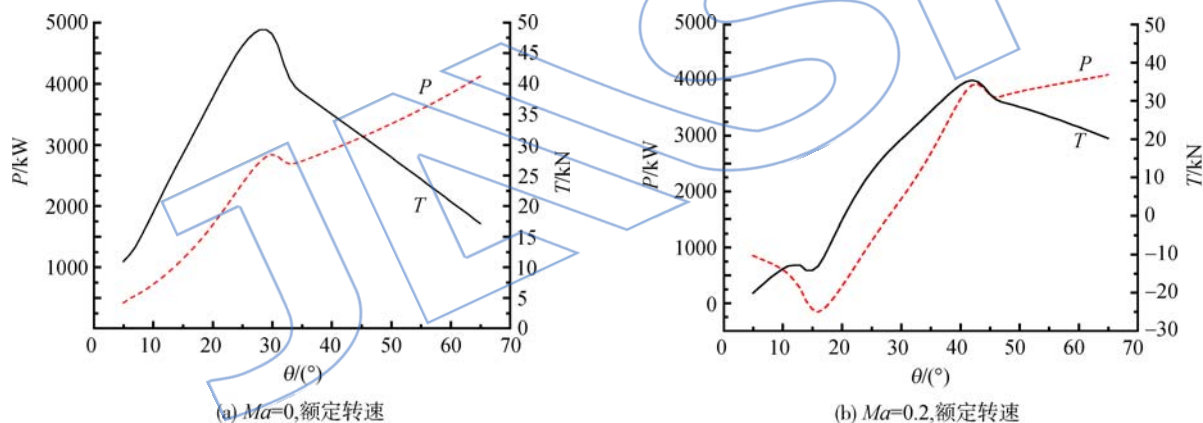


图6 地面时螺旋桨运行状态

Fig. 6 Propeller operation condition at sea-level

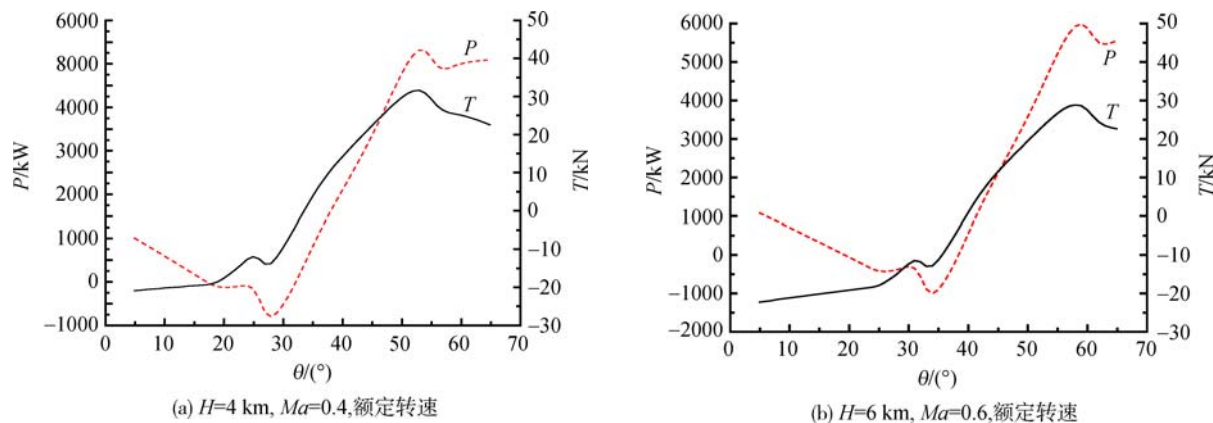


图7 高空螺旋桨运行状态

Fig. 7 Propeller operation condition at high altitude

3 螺旋桨模型计算结果分析和仿真 模型验证

图6~图7给出不同运行状态时,功率 P 与拉力 T 随桨距角 θ 的变化关系.图8给出了零拉力状态,不同桨距角下,前进距 λ 与 C_P , C_T , η 的变化关系.

将典型的无量纲特性图线^[15]和本文计算的螺旋桨特性曲线对比,可以初步验证螺旋桨建模计算的正确性.

采用螺旋桨在空中运行时的测量数据验证螺旋桨模型,这些数据包括飞行高度、空速、大气总温、发动机转速、扭矩、螺旋桨功率和桨距角.图9所示为在飞行高度为6 km,马赫数为0.35~0.5,螺旋桨转速为95% n_b (n_b 为发动机设计转速)下计算的螺旋桨功率以及与空测的螺旋桨功率比较结果.从图中可以看出仿真计算功率和测量功率结果误差符合程度较好.

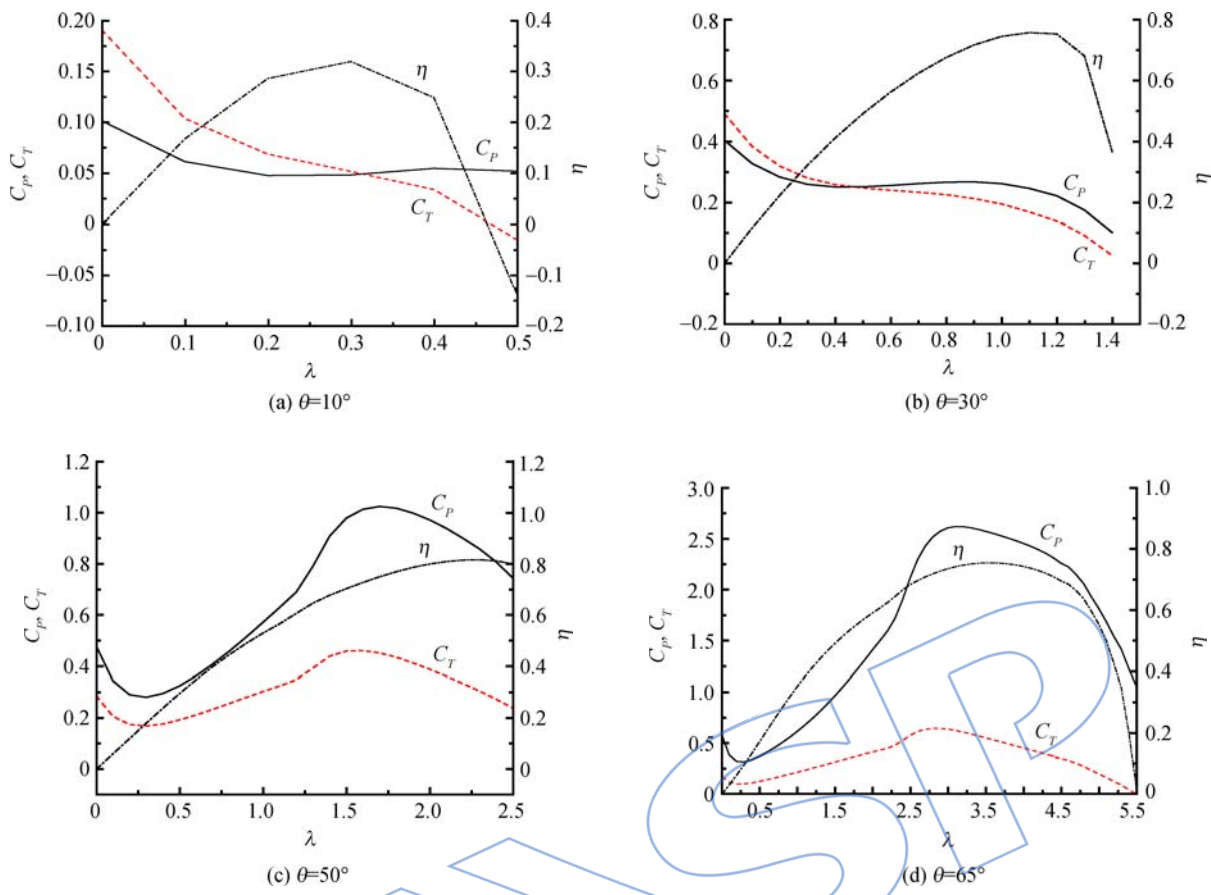
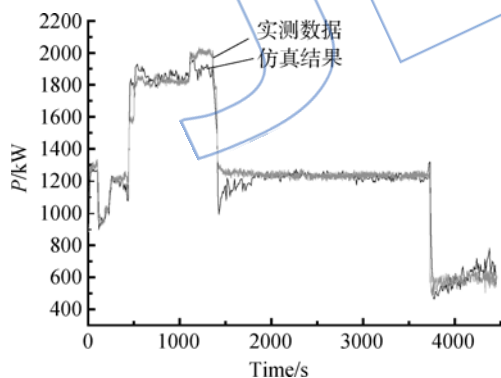
图8 零拉力状态,前进距和 C_p , C_T , η 参数变化Fig. 8 Variation of C_p , C_T , η versus λ in zero-thrust condition

图9 实测功率和仿真功率的比较

Fig. 9 Comparison of measured power and simulated power

4 结 论

基于螺旋桨片条理论分析叶素受力情况,建立了涡桨发动机螺旋桨的数学模型,并与空中实验数据进行了对比分析,得到如下结论:

1) 螺旋桨模型计算的实时性关键在于干涉角的迭代算法是否能实时运行. 通过分析迭代方

程的特点,可以看出迭代方程中存在奇点,因此采用割线法代替传统的导数法能明显提高收敛速度.

2) 干涉角初值的设定对于收敛速度也有较大的影响,本文提出的设定方法可以提高收敛速度.

3) 基于叶素受力分析得到螺旋桨拉力和功率的计算方法能够实时运行,并具有较高的精度,能够满足涡桨发动机控制系统实时仿真的需要.

参考文献:

- [1] 张子东. A400M 战术运输机简介及设计特点分析[J]. 航空科学技术, 2006(2): 16-19.
ZHANG Zidong. Brief introduction and analysis of design characteristic of A400M tactical transports[J]. Aeronautical Science & Technology, 2006(2): 16-19. (in Chinese)
- [2] 吴涛. 欧罗巴之鹰: 欧洲 A400M 大型运输机全解析[J]. 现代兵器, 2008(10): 18-30.
WU Tao. Eagle of Europe: full resolution of A400M large-scale transport of Europe[J]. Modern Weaponry, 2008(10): 18-30. (in Chinese)
- [3] 周盛, 顾高攀, 潘杰元, 等. 航空螺旋桨与桨扇[M]. 北京:

- 北京航空航天大学出版社,2005.
- [4] Koch L D. Design and performance calculations of a propeller for very high altitude flight[R]. NASA TM-1998-206637,1998.
- [5] Schilling J C,Adamson A P,Bathori J,et al. Propeller/fan-pitch feathering apparatus: United States, 4913623 [P]. 1990-04-03.
- [6] Day S G. Aircraft propeller control: United States, 4928241 [P]. 1990-05-22.
- [7] 田超,黄向华,邓志伟. 涡轮螺旋桨发动机建模与控制仿真研究[J]. 航空动力学报,2010,25(11):2599-2605.
TIAN Chao,HUANG Xianghua,DENG Zhiwei. Modeling and simulation research of turboprop engine control technology[J]. Journal of Aerospace Power, 2010, 25 (11): 2599-2605. (in Chinese)
- [8] HUANG Xianghua,ZHANG Tianhong,TIAN Chao. Rotation potential method based axia compressor low-speed characteristics expansion prediction in aero-engine modeling[C]// Proceedings of the 13th IASTED international Conference on Control and Applications. Vancouver, Canada:IASTED,2011:110-114.
- [9] Biemann D,Conway R N. Propeller charts for the determination of the rotational speed for the maximum ratio of the propulsive efficiency to the special fuel consumption[R]. NACA-TR-749,1940.
- [10] Burger C,Hartfield R,Burkhalter J. Performance and noise optimization of a propeller using the vortex lattice method and a genetic algorithm[R]. AIAA-2007-1883,2007.
- [11] Burger C. Propeller performance analysis and multidisciplinary optimization using a genetic algorithm[D]. Alabama, US: Auburn University,2007.
- [12] 赵忠. 螺旋桨特性风洞实验技术研究[D]. 西安:西北工业大学,2007.
ZHAO Zhong. Research on experiment technology of propeller performance in wind tunnel[D]. Xi'an: Northwest Polytechnical University,2007. (in Chinese)
- [13] Schulten J B H M. Advanced propeller performance calculation by a lifting surface method[J]. Journal of Propulsion and Power,1996,12(3):477-485.
- [14] Hess J L,Valarezot W O. Calculation of steady flow about propellers using a surface panel method[J]. Journal of Propulsion and Power,1985,1(6):470-476.
- [15] 刘沛清. 空气螺旋桨理论及其应用[M]. 北京:北京航空航天大学出版社,2006.